SEMIOTISCHE MODELLIERUNG DER GRAPHEN

John-Tagore Tevet

Semiotische modellierung der Graphen (also *Semiotik der Struktur*) ist ein Bereich der Forschung an den Grenzen der ***Graphentheorie*** und ***Semiotik***, die den abstrakten Begriff der ***Struktur*** untersucht.

Hier untersuchen wir die abstrakte als auch die kognitiven (erkenntnistheoretischen) Bedeutung einer Struktur wie eine Beziehung oder eine organisatorische Form seiner Elemente. Die Struktur ist vorzeigbar in Form eines ***Graphen*** und ist eng mit *Invarianz* und *Isomorphismus* verwandt. Semiotik der Struktur ist eine der vielen Arten von objekt-orientierten Semiotik.

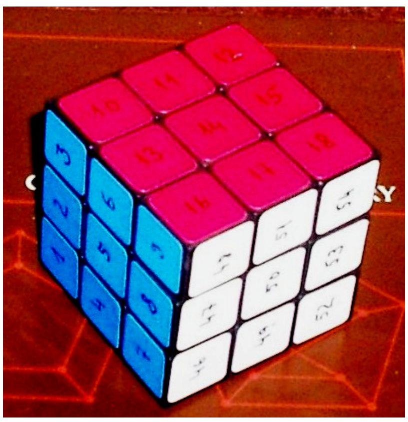
Ziele

- Untersuchung der allgemeinen Bedeutung der Struktur und kompilieren ihre ***formalisierte Interpretation.***
- Untersuchung der ***strukturellen Zeichen,*** die Entwicklung ihrer Systeme und zugehörige ***Algorithmen.***
- Darstellung die Struktur und ihre Eigenschaften in der ***kanonischen Form.***
- Untersuchung der ***strukturellen Eigenschaften.***

Quelle Principles

In jedem *System* haben eine wichtige Rolle ihrer *empirischen Eigenschaften* von Elementen und Beziehungen. Jedes System hat eine *Funktion* und *Struktur*. Die Struktur ist eine ***Abstraktion des Systems***, ist seine „Skelett“, wo ihre Elemente und Beziehungen verlieren ihre Bedeutungen und ihre Vielfalt ist in der Form von verschiedenen ***Positionen*** in der Struktur zum Ausdruck gebracht.

Beispiel 1. Konzepte der *System, Struktur, Position und Graph* sind einfach und bildhaft erklären auf der Rubik-Würfel:



Kommentare: **a)** In Rubik-Würfel hat in jeder Fläche ein Element in der *Mitte*, vier Elemente in den *Ecken* und vier Elemente in den *Kanten*. Somit stellen die 6 Elemente des Würfels eine ***„Mittelposition“***, 24 Elemente einer ***„Eckenposition“*** und 24 Elementen eine ***„Kantenposition“***. **b)**

Mit Drehen der Schichten des Würfels, obwohl ***das System verändert werden***, da die Beziehungen zwischen ihren empirischen Eigenschaften der Elemente. d. h. Farben, ändert. Allerdings ist ***die Struktur nicht ändern***, weil die *Positionen sich erhalten*. **c)** Die Struktur des Rubik-Würfel ist vorzeigbar in Form eines *Graphen* mit ***drei Knotenpositionen***.

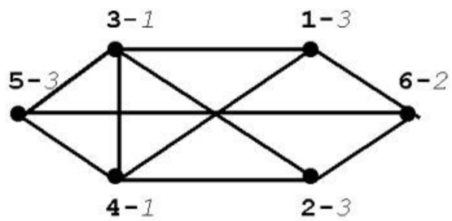
Das System-theoretische Konzept der Position deckt sich mit dem Konzept der ***Bahn*** *(Orbit)* in der Graphentheorie. Isomorphen Graphen haben ein und die selbe Struktur. Ermittlung der *Isomorphismus* bedeutet nicht die Anerkennung der Struktur, sondern lediglich eine Feststellung der *Identität* der Strukturen. Die ***Anerkennung*** der Struktur beinhaltet die ***Beschreibung*** mit strukturellen Zeichen.

Realisierung

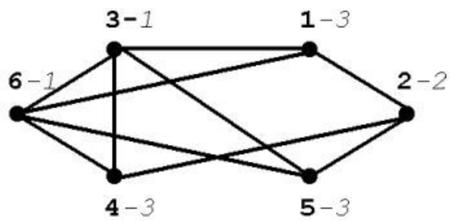
Strukturelle Zeichen sind die spezifischen Invarianten Knotenpaare, als ***Paar Zeichen*** bekannt. Diese Zeichen ermitteln für jeden Knoten Paar seine *Konnektivität Modus, seine Zugehörigkeit zu einem Umfang (girth) oder Clique mit fester Größe* und so weiter (siehe Chapter 1.1).

Basierend auf Paar Zeichen, die wir konstruieren die ***semiotische Modell*** **SM** als *kanonische Zeichen-Matrix **S*** und als die Beschreibung oder *Text* der Struktur. Untersuchung der Struktur entspricht einer Studie der Zeichen-Matrix ***S***. Die Anzahl der unterschiedlichen Strukturen ist gleich der Anzahl der nicht-isomorphen Graphen. Feststellung der Identität der Strukturen stellt eine einfache Methode zur Ermittlung der Gleichwertigkeit der jeweiligen Zeichen Matrizen.

Beispiel 2. Zwei Graphen und ihre semiotische Modellen:



≅



A:-2.5.7; B:-2.5.6;
C:+2.3.3; D:+2.5.7; E:+3.6.10.

1	1	2	3	3	3		u_i	k	s_i
3	**4**	**6**	**1**	**2**	**5**	*i*	ABCDE		123
0	D	-B	C	C	C	**3**	01310	1	103
	0	-B	C	C	C	**4**	01310	1	103
		0	E	E	E	**6**	02003	2	003
			0	-A	-A	**1**	20201	3	210
				0	-A	**2**	20201	3	210
					0	**5**	20201	3	210

A:-2.5.7; B:-2.5.6;
C:+2.3.3; D:+2.5.7; E:+3.6.10.

1	1	2	3	3	3		u_i	k	s_i
3	**6**	**2**	**1**	**4**	**5**	*i*	ABCDE		123
0	D	-B	C	C	C	**3**	01310	1	103
	0	-B	C	C	C	**6**	01310	1	103
		0	E	E	E	**2**	02003	2	003
			0	-A	-A	**1**	20201	3	210
				0	-A	**4**	20201	3	210
					0	**5**	20201	3	210

Kommentare zum Beispiel: **a)** Verschiedene Graphen haben hier *gleichwertiges Zeichen-Matrizen*, d. h. die ***Strukturen sind gleichwertig*** und entsprechende ***Graphen sind isomorph***. **b)** Zeichen-Matrix ist ***drei Knoten-Positionen*** *(-Bahnen)* und ***fünf Positionen von Knoten-Paare***, darunter *zwei „Nicht-Kante“ Positionen* zu erkennen. **c)** Die Korrespondenz zwischen Strukturen ist auf der Niveau der Positionen von Knotenpaare ausgedrückt werden. **d)** Die Paar-Zeichen ermitteln für jeden Knoten-Paar ihre Konnektivität Modus, zum Beispiel ***E: +3.6.10*** bedeutet: „der Knoten-Paar gehört mehr als ein Umfang (girth) mit Länge $\boldsymbol{d = 4}$" (siehe Chapter 2.1).

Das semiotische Ansatz eröffnet die bisher wenig bekannte oder unbemerkt strukturellen Qualitäten. Für dieses Ziel verwendet den ***begleitenden Graphen*** (Chapter 1.1), so wie: **a)** *Komplement* $\urcorner\boldsymbol{G}$; **b)** *Paar-Graph* $\boldsymbol{g_{ij}}$, als Durchschnitt $\boldsymbol{N_i \cap N_j}$ der Nachbarschaften der Knoten-Paar ***ij***; **c)** *Zeichen-Graph* $\boldsymbol{G_p}$, wie eine Graph, wo die Kanten, um ein Zeichen der Klasse p der semiotischen Modell entsprechen; **d)** *Angrenzenden Graphen* $\boldsymbol{G^{adj}}$, so wie die größten Unter-Graph $\boldsymbol{G^{sub} = G \backslash e_{ij}}$ und kleinsten Über-Graph $\boldsymbol{G^{super} = G \cup e_{ij}}$ von ***G***.

Die Struktur untersucht in einer *integrierten Art* und Weise sein, in Verbindung mit dessen *Komplement. Paar-Graphen* charakterisieren den Zustand eines Knoten-Paar, ein *Paar-Zeichen* ist nur ihre invariant. In einigen Fällen ist es notwendig, die semiotische Modell Paar-Graphen für die Präzisierung der entsprechenden Paar-Zeichen zu öffnen (Prop. 1.1.2). *Zeichen-Graph* ist eine der wichtigsten Eigenschaften der Struktur, von ihm das Paar-Zeichen (Prop.1.1.3) anpassen können und in bestimmten Fällen untersuchen die strukturellen Eigenschaften (Chapter 2.3).

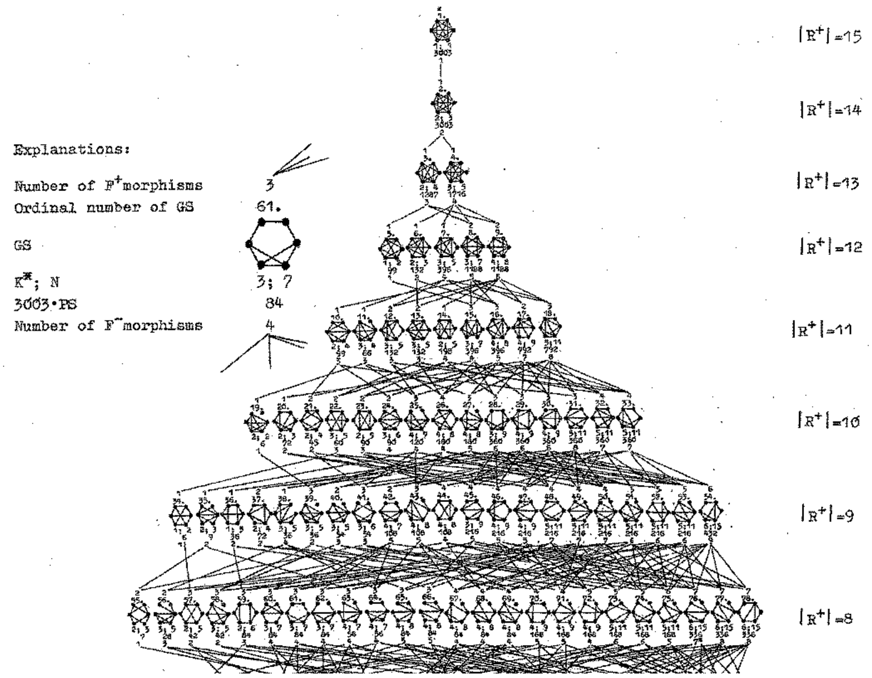
Das semiotische Modell stellt einen ***Text der Struktur*** (Chapter 2), was zu machen möglich, die ***Regularität***, wie zu erkunden *Distanz-, Gurt-, Clique-* und *starke Regularität* (Chapter 2.1). Das wichtigste Merkmal der Struktur ist ihre ***Symmetrie*** (Chapter 2.2). Symmetrie-Eigenschaften, d. h. die Bahnen (Positionen) sind erkennbar im Zeichen-Matrix als Äquivalenzklassen von Paar-Zeichen. So ersetzt eine einfache Methode der konventionellen Methode der Erforschung der gesamten *Automorphismen-gruppe* **AutG.** Der Knoten-Bahnen sowie die Knoten-Paar Bahnen sind leicht zu erkennen, darunter der letzte der Kante und „nich-Kante" Bahnen. Die Klassifizierung der Symmetrie Art (Eigenschaften) hat auf dem Gelände der Symmetrieeigenschaften möglich. Dies bietet eine Möglichkeit, um die Symmetrie *zu messen*, und auch die Asymmetrie der Struktur.

Zu jeder Bahn (Position) eines Knotens-Paar entspricht der ***Position-Struktur*** (Chapter 2.3). Die Position-Struktur ist ein Zeichen-Graph, auf der Grundlage der Knotenpaare seiner Bahn gebildet werden. Es ist ein Werkzeug für die Untersuchung der „versteckten" strukturellen Eigenschaften. Zum Beispiel, eine aus Position-Strukturen des Folkman Graph ist Petersen Graph, etc. Untersucht werden die Beziehungen zwischen *bisymmetrie, Clique-* und *starke Regularität* (Chapter 2.4). Dieser Ansatz wird in der Untersuchung der Probleme von *bi-, tri- etc. partite Strukturen* erfolgreich.

Semiotischer Modell ist auch die ***kanonische Unterwerfung*** eines Graphen (Chapter 3.1). In allgemeinen ist die Struktur erkennbar an das Niveau der Grund Paar-Zeichen, aber in manchen Fällen von symmetrischen Strukturen muss man die *präzisierenden Paar-Zeichen zu verwenden* (Prop. 1.1). ***Strukturelle Äquivalenz*** ist Isomorphismus auf den Aspekt der Paar-Positionen (Chapter 3.2). Es ist einfach feststellbar Vergleich bei die semiotischen Modelle (Beispiel 2, Chapter 3.3).

Die Ulam-Vermutung ist auf den strukturellen Aspekt behandelt (Chapter 4.2). für jedes Paar Position (-Orbit) entspricht auch eine ***angrenzende Struktur*** (Chapter 4.3). Eine angrenzende Struktur wird durch Entfernen oder Hinzufügen einer Kante einer Bahn erreicht. Die Abfolgen von angrenzenden Strukturen bilden die ***konstruktive System der Strukturen*** oder *strukturellen Rekonstruktionen* (Chapter 4.4).

Beispiel 3. Die erste Hälfte des Gitters von konstruktive System der Strukturen mit sechs Elementen:



Kommentare: **a)** Jede Struktur in diesem System ist eine angrenzende Struktur. **b)** Jede Struktur ist ***zerlegbar***, um die angrenzenden Sub-Strukturen, sowie die angrenzenden Super-Strukturen. **c)** Jede Struktur wurde ***rekonstruiert*** *(rekonstruierbar)* durch die angrenzenden Sub-Strukturen, sowie durch die angrenzenden Super-Strukturen. d) Im Beispiel 2 zeigte Struktur hat hier Bestellnummer 22. e) Die Komplemente der Strukturen liegen symmetrisch in der zweiten Hälfte dieses Systems.

Zusammenfassung

Struktur (lat. *structura- (Innen-)Gebäude*) wird im Allgemeinen als *eine Verbindung-, (in der Regel permanent) Beziehung oder eine Art und Weise der Organisation* des Systems der Elemente definiert. Die Verwendung des Begriffs „Struktur“ hat im Laufe der Zeit in verschiedenen Sprachen und Gesellschaften, in denen es bezieht sich auf unterschiedliche und zum Teil vage Konzepte entwickelt. Semiotik der Struktur zuweisen, den Begriff der „Struktur“ seiner inhärenten (intrinsische, spezifisch) Sinn und Inhalt: ***Struktur ist die vollständige Invariante isomorphen Graphen,*** i. e. ein System von invarianten Eigenschaften der Struktur. Es ist kanonisch als Text-Struktur in der Form seines semiotischen Modell **SM** vertreten.

Hier haben wir mit einem eher heiklen Thema befassen. Erstens, in heutige Tagen existiert keine für allen angenommen Definition der Struktur, zweitens, einige Mathematiker nicht akzeptieren Verwendung von Elementen der Semiotik, und drittens, Semiotiker kann nicht verstehen die Beziehungen mit dem Graphen.

Dennoch zeigt semiotische modellierung der „verborgenen Seiten“ der Struktur und einige der klassischen Probleme sind in nicht-klassische Art und Weise zu lösen, und zu setzen und zu lösen einige neue. Die Hauptprobleme sind *komplette kanonische Darstellung der Struktur* und dem Bau ihres Systems, die mit dem *Rekonstruktion Problem* verbunden ist.

Zeitkomplexität der Anerkennung der Struktur und strukturellen Äquivalenz sind nur ab auf die Anzahl von Knoten-Paare abhängen. Es ist nicht mit Isomorphismus Feststellung vergleichbar. Semiotische modellierung stellt einen Komplex von heuristischen Methoden zur Untersuchung der Struktur und seine Eigenschaften.

Supplement

WARUM MUSS MAN DIE GRAPHEN KONSTRUKTIV DARSTELLEN
(Das gleiche Thema aus historischer Perspektive)

Das wichtigste Darstellungobjekt in dem Graphen ist ihre allgemeine Struktur und der transitiven Gebiete, d.h. die Bahnen. Dieses Problem ist mit anderen graphentheoretischen Problemen verbunden. Die ***Struktur ist die vollständige Invariant*** für der ***isomorphe Graphen.***

Die Lösung der Probleme geht von Messbarkeit der Graphen-Komponenten (die Knotenpunkte und ihre Paare (Kreiskanten)) aus. Die Abmessungen der Graphen bestehen in der Feststellung der strukturelle Funktionen der Graphen-Komponenten und danach in ihrer Klasseneinteilung vermittels der Werte dieser Funktionen.

Es gibt drei Stufen der konstruktive Darstellung**:** 1) Die Ausgangsstufe**:** die Abmessungen und Klasseneinteilung der Knotenpunktpaaren und der Knotenpunkte; 2) Die Hauptstufe**:** die strukturelle Darstellung der Bahnen der Knotenpunkte und der Knotenpunktpaare; 3) Die Endlösungstufe**:** die konstruktive Darstellung der Graphen. Das konstruktive Darstellungsattribut des Graphen ist eine subtrahierte Matrix, dessen Elemente die Werte der Komponentfunktionen sind.

Jedes Paar von Knotenpunkten v_iv_j ist in einer Zuordnung zu einem Teilgraphen g_{ij} des Graphen G und es ist behandelnd als eine ***binäre Lage*** r_{ij} von dem Graphen G. Diesen Teilgraphen hat man der ***Binärgraph*** g_{ij} genannt, wo ihre ***Invariante*** hat man der ***Binärzeichen*** w_{ij} genannt. Die Matrix, darin Elemente die Binärzeichen dnq_{ij} sind, nennt man ***Zeichenmatrix*** S. Die Binärzeichen dnq_{ij} sind auch die Einteilungsmerkmale für die Klasseneinteilung für die ***Binärklassen*** S_n und für das lexikographische Anordnen. Die Klasseneinteilung der Knotenpunkte v_i besteht aus der lexikographische Anordnung der spezielle ***Positionszeichen*** u_i. Jedes *perfekte Binärklasse* S_n* stellt eine ***Binärbahn*** ΩR_n für der Knotenpunktpaare und jedes *perfekte Positionklasse* S_k* stellt eine ***Positionbahn*** ΩV_k für Knotenpunkte aus. Zeichenmatrix S die besteht aus den *perfekte* Binär- S_n* und Positionklassen S_k*, wobei S verteilt ist mittels der *Repartitionsregel,* nennt man ***perfekte Zeichenmatrix*** S*. Der zusammenhängede Graph ist eine Kombination der stark durchschnitteten Binärgraphen, das bedeutet eine starke Konnexität zwischen binäre Verhaltnise in den Graphen.

Es ist offenbar, dass im Vergreich mit den unregulären Graphen die Feststellung der Bahnen und des Isomorphismus der regulären Graphen mehr kompliziert ist. Wirklich, vom Fall der unregulären Graphen, ausgehend von der Potenzunterteilung und mittels der Repartitionsregel ist es möglich komplementäre Klasseneinteilungen aufzulösen und die Bahnen der Knotenpunkte festzustellen, ohne dass man der Automorphismen zu suchen braucht.

Der Automorphismus und seine transitiven Gebiete – die Bahnen – als die fundamentalen Charakteristiken der Symmetrie des Graphen sind in den perfekte Klassen reflektiert. Noch mehr, die Bahnen reflektieren auch den Verband des Graphen**:** die Binärzeichen aus einer und derselben Bahn haben isomorphe Binärgraphen in dem Graphen. Dasselbe gilt auch für die Knotenpunkte, diese haben *"gleiche Positionen"* in dem Graphen.

Vollständige Symmetrie des Graphen existiert dann, wenn nur eine Binär(+)bahn der Kreiskanten, eine Binär(–)bahn der nicht-Kreiskanten und eine Positionbahn der Knotenpunkte vorhanden sind. Die Symmetrie, richtiger gesagt, die Symmetrietät des Graphen fällt, wenn die Anzahl der Bahnen wächst. Ein Graph ist symmetrisch, genauer gesagt, behält Symmetrietät solange bis er mindestens eine einzige Bahn mit der Erhaltung von mindestens zweier Elemente erreicht hat. Wenn die Anzahl der Bahnen gleich mit der Anzahl der Elemente ist, dann ist der Graph vollständig asymmetrisch.

Das Ziel der konstruktive Darstellung der Graphen ist in erster Linie die Darstellung der Struktur des Graphen. Graphen G_A und G_B ***haben eine und das selbe Struktur oder sind isomorph*** $G_A \cong G_B$ genau dann, wenn die entsprechende Matrixen S_A* und S_B* äquivalent sind. Nebenbei gab es auch zusätzliche Resultaten.

Die allgemeine Abschlüsse**:**

1. Die konstruktive Zeichenmatrix ***S**** ist ein vollständiges System der principiell unvollständigen lokalen Invarianten des Graphen, es ist ein vollständigen Darstellungattribut der Struktur des Graphen, als *die vollständige Invariant* für der *isomoprphe Graphen.*
2. Der grundgedanke der konstruktive Darstellung des Graphen besteht in einer Gelegenheit die kompakten gemeinsame Repräsentierung der Positionbahnen ΩV_k, Binär(+)- und -(–)bahnen ΩR_n in Matrix ***S*.***
3. Die Zeichenmatrix ***S*** ist auch eines Attribut für feststellung der *Ketten, Zyklus und Klikken* des Graphen.
4. Eine sehr wichtige Ingebrauchnahme hast Matrix ***S**** bei strukturelle Änderungen, als *elementare Änderungen, Nachbar Strukturen, berüchtigt Rekonstruktion Problem des Graphen, probabilistische Problemen, geordneten Variationen des Graphen als ein dynamisches System u.s.w.*

Mit diesem hat man auch die Frage – warum ist die konstruktive Darstellung der Graphen nützlich? – geantwortet.